

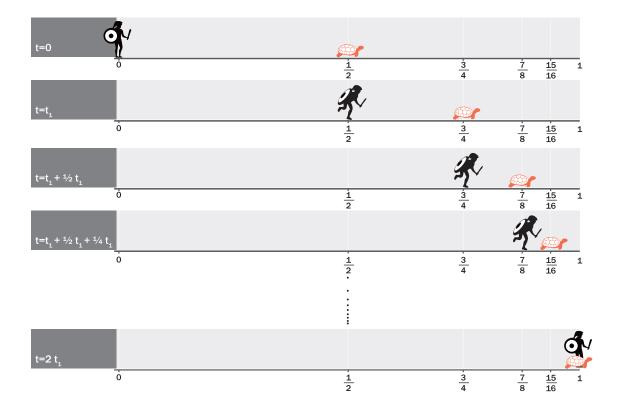
1 diviso 0, una grande lavagna nera, un perentorio ordine del maestro: "Cancella subito, hai scritto un'operazione impossibile, perché non c'è nessuna soluzione, il risultato sarebbe l''infinito' che non è un numero!". Fascino di soglia invalicabile, di mela proibita, dalla quale si è attirati e respinti al tempo stesso – tutto questo e molto di più da sempre accompagna la nostra mente nell'esplorazione dei molteplici aspetti dell'infinito. A partire dalla matematica (vd. p. 19, ndr). 1,2,3,4,... c'è sempre un numero intero più grande. Veniamo così a contatto con un insieme di numeri che contiene infiniti elementi. Dai numeri passiamo alla geometria: Euclide ci parla di rette parallele che non si incontrano, in uno spazio che d'improvviso, nella mente, si allarga dallo spazio finito che percepiamo attorno a noi per diventare un infinito contenitore di figure geometriche idealizzate. Ma ancor più profondo e meraviglioso nel mondo greco è l'accostamento dell'infinito a quello che oggi chiamiamo "zero", in una costante tensione tra il continuo e il discreto che, come vedremo, prosegue sino ai giorni nostri: Achille

continua incessantemente a dimezzare la sua

distanza dalla tartaruga, ma, per quante volte ripeta l'operazione di dimezzamento, non riesce a ridurre a zero la distanza, cioè a raggiungere il lento animale (vd. fig. a). Così pure la freccia non arriverebbe mai a colpire il suo bersaglio.

E ancora, nel mondo greco questo gioco tra zero e infinito riappare con accenti modernissimi nell'esplorazione (mentale) di come è fatta e si comporta la materia. Sono tre le proposte di Democrito, che ancora oggi sono tre misteri nella meccanica quantistica: l'operazione di suddivisione della materia in parti più piccole non può procedere all'infinito, si raggiunge a un certo punto la particella più piccola, l'elementare, indivisibile "atomo"; gli atomi si muovono in uno "spazio-involucro" infinito e vuoto, cioè privo di atomi; "colui che 'I mondo a caso pone" ci dice che gli oggetti tutti, noi compresi, derivano dall'incontro e interazione casuale degli atomi che vagano in questo immenso spazio vuoto. Elementare, vuoto, casualità: eredità di Democrito quanto mai attuale negli odierni dibattiti in fisica tra particella e onda, vuoto classico e vuoto quantistico, simmetria e caso, unicità e molteplicità degli universi.

Il paradosso di Achille e della tartaruga, enunciato da Zenone. Nell'esempio si assume per semplicità che la velocità di Achille sia il doppio di quella della tartaruga. Se inizialmente Achille si trova a x=0 e la tartaruga a x=1/2, nel tempo t_{1} che Achille impiega per raggiungere la posizione x=1/2 la tartaruga si è spostata di 1/4, portandosi nella posizione x=3/4. Ripetendo il calcolo una seconda volta, quando Achille si troverà nella posizione x=3/4 la tartaruga sarà arrivata nella posizione x=7/8. Anche ripetendo il calcolo un numero molto grande di volte (al limite un numero infinito di volte) la tartaruga sarà sempre davanti ad Achille. Il paradosso nasce dal fatto che in questa procedura l'intervallo di tempo si riduce ogni volta di un fattore due, per cui anche dopo infinite iterazioni il tempo totale trascorso non raggiunge mai 2 t₁, che è il tempo (finito) necessario sia ad Achille che alla tartaruga per giungere alla posizione x=1, dove finalmente la tartaruga viene raggiunta.





b.
 La statua di Gottfried Wilhelm
 Leibniz creata da Ernst Hähnel
 (1883) e che si trova a Lipsia, in Germania.

Lo spazio in cui siamo immersi e il tempo che scorre sono infiniti? Newton ci dice di sì: tutti gli oggetti, le loro interazioni, in breve, quelli che in fisica chiamiamo gli "eventi", hanno luogo in un immenso, anzi infinito teatro, un "universo-involucro" in cui le tre dimensioni spaziali sono fisse e immutabili e il tempo scorre in modo continuo da un ipotetico t = 0, inizio dell'universo, all'infinito. Mentre il tempo t scorre con continuità, la scena è costituita dalle stelle: Newton vuole trovare la dinamica, le leggi universali che regolano e determinano l'evoluzione lungo il tempo del sistema fisico considerato. Ma il mondo greco non cattura l'istante presente di questa dinamica, Achille non raggiunge mai la tartaruga. La velocità in un intervallo spaziale Δx percorso nell'intervallo di tempo Δt è data da $\Delta x/\Delta t$. Se voglio determinare la velocità istantanea, devo immaginare che l'intervallo temporale Δt diventi sempre più piccolo, fino ad annullarsi, e quindi che anche l'intervallo spaziale Δx si annulli. Per uscire dall'indeterminazione di 0 diviso 0 (eccoci di nuovo alle operazioni impossibili del maestro!) Newton, in contemporanea con Leibniz, trova una soluzione introducendo un intero nuovo modo di calcolare, il "calcolo infinitesimale". Finalmente, gli intervalli Δt possono "tendere" a zero senza finire nell'incubo delle operazioni impossibili. Ora Achille può raggiungere la tartaruga, la freccia arriva al suo bersaglio, un infinito è domato.

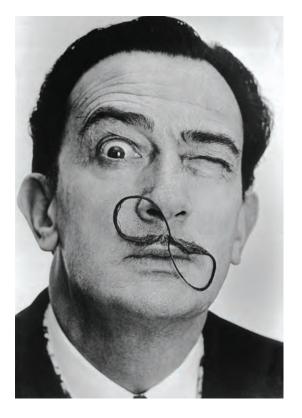
Cent'anni fa, poi, arriva la relatività generale di Einstein che capovolge la visione di spazio e tempo newtoniana: ci dice che lo

spaziotempo non è il grande teatro fisso entro cui scorrono gli eventi dell'universo, ma esso stesso è originato e plasmato dal contenuto di materia ed energia. La geometria dell'universo non è più un dato di fatto fissato una volta per tutte dall'inizio dell'universo, ma dipende dal suo contenuto in termini di energia e materia. Sia studiando in dettaglio la radiazione cosmica di fondo, il "selfie" che si è fatto l'universo circa 400 mila anni dopo il Big Bang (vd. in Asimmetrie n. 15 p. 35 fig. c, ndr), sia sommando il valore di tutta la materia (ordinaria e oscura) e dell'energia oscura dell'universo, concludiamo che la geometria dell'universo è piatta. Tenuto conto che ogni punto nell'universo è equivalente a un altro e quindi ogni punto è centro dell'espansione dell'universo, ne deriva che l'universo è infinito! Ma come ha fatto l'universo che era piccolissimo all'epoca del Big Bang a diventare poi infinito? È solo un apparente paradosso: l'universo è stato sempre infinito. Pensate a un elastico infinito, in cui tracciate un segno ogni centimetro. Tirate, espandete ora l'elastico: i punti si allontaneranno l'uno dall'altro, magari passando a miliardi di anni luce uno dall'altro. Ma l'elastico era e rimane infinito, semplicemente due punti che erano vicini ora sono più lontani a causa dell'"espansione" dell'elastico. Le equazioni della relatività generale ci descrivono l'evoluzione dell'universo allo scorrere del tempo t. Grande è allora la tentazione di sapere cosa è successo in quel fatidico t = 0 in cui tutto è cominciato. Ma t = 0 ci conduce a valori infiniti di temperatura ed energia. E ancora un infinito o, come si dice

tecnicamente, una "singolarità", sta alla base della nascita di un oggetto affascinante che forse racchiude in sé la risposta alle più profonde domande sul passato, presente e futuro dell'universo: la soluzione di buco nero (vd. in Asimmetrie n. 15 p. 35, ndr). La comparsa di infiniti o singolarità in tali regimi mostra l'inadeguatezza a descriverli delle equazioni della relatività generale e quindi la necessità di una nuova teoria (ancora da costruire), in cui relatività generale e meccanica quantistica si possano riconciliare. Accade spesso che la comparsa di infiniti può accompagnarsi a una fisica nuova oltre la teoria esistente. Agli inizi del 1900, l'austero professore tedesco Max Planck avanza la proposta forse più rivoluzionaria di tutta la storia della fisica. Egli suggerisce che gli scambi di energia nei fenomeni di emissione o assorbimento di radiazione non avvengano in forma continua, come ci insegna Maxwell, bensì attraverso lo scambio di "pacchetti" o quanti di energia. Questa ipotesi, oltre a fornire la corretta legge di distribuzione del "corpo nero", evita un problema di "infinito" noto come "catastrofe ultravioletta" (vd. p. 38 e 40, ndr). Il meraviglioso dialogo tra discreto e continuo, poi, prosegue: dalla suddivisione di "pacchetti" di spazio, che dividono il piè veloce di Achille

dalla tartaruga, al continuo della dinamica, basata sul calcolo infinitesimale di Newton, e, viceversa, dall'energia che con continuità viene trasferita da tutte le frequenze dell'onda elettromagnetica di Maxwell allo scambio di quanti di energia ipotizzato da Planck, fino ad arrivare a vere e proprie particelle che trasportano in forma quantizzata l'energia elettromagnetica, i fotoni, introdotti da Einstein per spiegare l'effetto fotoelettrico. Come il campo elettromagnetico quantizzato viene associato a una particella elementare, ovvero al fotone, così le particelle elementari (gli atomi di Democrito dei giorni nostri) vengono descritte da campi quantizzati. Ma ecco che già nell'elettrodinamica quantistica (Qed), la teoria dei campi più semplice in cui due soli campi quantistici, quello del fotone e quello dell'elettrone, interagiscono tra loro, riappare l'incubo dell'infinito, legato a una rilettura del tutto nuova del vuoto di Democrito. Nella Qed, infatti, il vuoto quantistico è attivo, sede di incessanti processi in cui particelle (virtuali) originano dal vuoto stesso per poi ritornarvi, scomparendo in brevissimo tempo. E quando vogliamo includere tutti i possibili valori di energia, prima presa a prestito per creare le particelle virtuali dal vuoto e poi resa al vuoto nell'annichilazione di tali particelle,

c.
Una delle foto della serie "Baffi di Dali" del fotografo Philippe Halsman (1954). Il simbolo dell'infinito (∞), utilizzato per la prima volta in epoca moderna da John Wallis nel 1655, è entrato nell'immaginario comune.

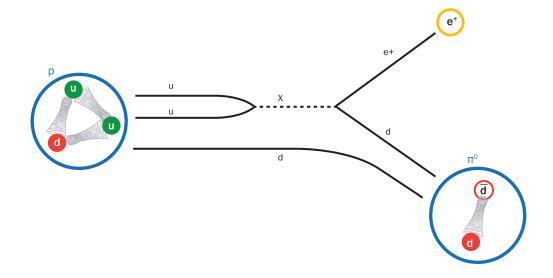


asimmetrie 20 / 4.16 / infinito

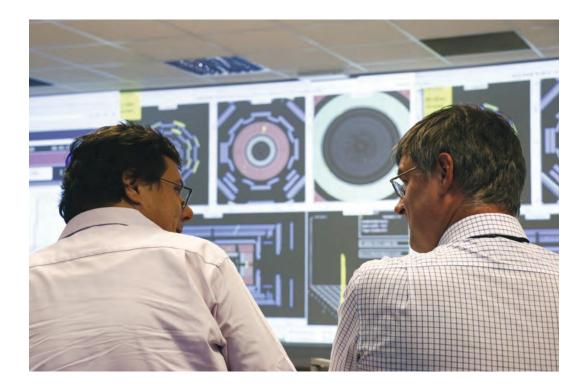
ritroviamo che questa somma di infiniti termini può esplodere in un (non-)risultato infinito. Il problema ha la sua origine nella natura stessa del campo quantizzato il cui valore dipende dal punto dello spazio e dall'istante di tempo in cui lo si calcola. Questo punto spaziotemporale ci rimanda all'astratto concetto di "punto" di Euclide, che non ha una dimensione finita. La comparsa di infiniti segnala che dobbiamo fare un salto in avanti, passando da campi funzione di punti spaziotemporali a oggetti che hanno una dimensione, ad esempio delle corde unidimensionali (le stringhe, vd. in Asimmetrie 18 p. 42, ndr) o addirittura superfici a più dimensioni (le brane, vd. in Asimmetrie n. 18 p. 44, ndr), in modo da impedire alla radice la comparsa degli infiniti nelle teorie di campo? Oppure, visto l'innegabile successo predittivo di teorie come la Qed o la più elaborata teoria dei campi che è il modello standard delle interazioni fondamentali, dobbiamo salvare in sé la teoria dei campi quantizzati, avvalendoci solo di una speciale classe di teorie dei campi in cui sia possibile rimuovere gli infiniti? Le teorie di campo in cui è possibile spazzare sotto il tappeto (rappresentato dai parametri liberi della teoria) tutti gli infiniti che compaiono sono chiamate "teorie rinormalizzabili" (vd. p. 10, ndr). La gravitazione di Newton, rivisitata da Einstein nella relatività generale, non è riconducibile a una teoria del campo gravitazionale quantizzata proprio perché essa non è rinormalizzabile. Anche quest'altro infinito ci spinge con urgenza a cercare una teoria quantizzata della gravità, in cui relatività generale e meccanica quantistica coesistano consistentemente (vd. p. 13, ndr). La mancanza di una teoria di campo quantistica della gravità viene resa ancor più acuta in un quadro di descrizione unificata di tutte le forze fondamentali in natura. A una scala di energia altissima, circa 14 ordini di grandezza al di sopra del valore della massa del bosone di Higgs – tipico della scala di energia del modello standard – le tre forze del modello standard, la debole, l'elettromagnetica e

la forte, tendono ad avere lo stesso valore (vd. in Asimmetrie n. 18 p. 8, ndr). La teoria di grande unificazione (Gut), in cui questo avviene, presenta nuove forze, oltre alle tre del modello standard. Esse, in generale, possono far decadere il mattone fondamentale della materia, nel senso che un protone potrebbe disintegrarsi in altre particelle più leggere, compromettendo quindi la stabilità della materia. La scala di energia altissima delle Gut comporta una lunghissima vita media del protone, addirittura miliardi e miliardi di volte maggiore dell'odierna età dell'universo, che è di circa 13-14 miliardi di anni: lunghissima, ma non infinita (vd. p. 27, ndr). Per ultimo, trattiamo il ruolo più importante dal punto di vista "fenomenologico" che l'infinito gioca in una teoria di campo, in cui siano presenti particelle di massa molto diversa che interagiscono tra loro. Le teorie Gut ne sono un esempio. A causa degli effetti virtuali a cui è già stato accennato, il bosone di Higgs può interagire con particelle (virtuali) che hanno masse dell'ordine della scala di energia della Gut. Ciò comporta che la massa del bosone di Higgs verrebbe a subire correzioni dell'ordine della scala Gut. In definitiva, a meno che tali correzioni non si cancellino tra loro in maniera accuratissima, non ci sarebbe modo di tenere la massa del bosone di Higgs alla scala del modello standard: essa andrebbe alla scala Gut e ciò darebbe luogo a un universo completamente diverso dal nostro (in particolare, noi non esisteremmo).

Ed eccoci al dilemma: caso o necessità? Se vogliamo evitare la cancellazione casuale delle correzioni alla massa del bosone di Higgs, dobbiamo chiedere che a una scala vicina a quella del modello standard compaia una nuova fisica (nuove particelle o nuove interazioni) che impedisca la comparsa di correzioni proporzionali alla scala Gut. Questa nuova fisica può essere legata a un nuovo tipo di simmetria esistente in natura, la supersimmetria (vd. in Asimmetrie n. 18 p. 13, ndr). Oppure,



Il modello di Georgi-Glashow (uno dei modelli della Gut) prevede l'esistenza di una nuova forza mediata da due particelle, i bosoni X e Y, che accoppiano quark e leptoni. Il bosone X può essere prodotto, per esempio, dalla fusione di due quark up e decadere in un positrone e un antiquark down. Diventa quindi possibile la reazione rappresentata in figura, nella quale i due quark up del protone producono un X che poi decade in positrone e antiquark down. Quest'ultimo si ricombina col rimanente quark down del protone per formare un pione neutro. Questa reazione realizza quindi il decadimento del protone in un positrone e un pione neutro (vd. p. 27, ndr).



e. Fisici in una sala di controllo di Lhc (sugli schermi sono visibili degli "eventi"), alla ricerca di una nuova fisica.

potrebbe essere legata alla presenza di nuove dimensioni spaziotemporali (come per esempio nella teoria delle stringhe). O ancora, il bosone di Higgs potrebbe essere una particella non elementare, la cui massa è legata a una scala di energia da cui emergerebbe il suo carattere composito. Quello che è cruciale dal punto di vista sperimentale è che in tutte queste situazioni, in cui esiste una ragione "dinamica" che tiene il bosone di Higgs alla massa a cui lo abbiamo osservato, dovremmo essere in grado di scoprire nuova fisica a una scala di energia accessibile a Lhc o comunque a future macchine acceleratrici a cui si sta già pensando (vd. in Asimmetrie n. 18 p. 19, ndr). Esiste un'alternativa alla "necessità" di nuova fisica vicina alla scala del modello standard. È la via della casualità. Ad esempio, nelle teorie delle stringhe vi è la possibilità che si realizzino molteplici universi in ciascuno dei quali il bosone di Higgs possiede una massa di valore diverso (i cosiddetti "multiversi", vd.

p. 21, ndr). Se il numero di universi è grandissimo, vi è una certa probabilità che esista un universo in cui il bosone di Higgs ha una massa corrispondente a quella misurata da noi e in cui, pertanto, si realizzano le condizioni necessarie per la nostra esistenza. Per qualcuno, questa spiegazione antropica è una di quelle a cui ricorrere, semmai le soluzioni che fanno capo alla via della "necessità" venissero a cadere. Da problema da evitare, risolvere, aggirare, l'infinito potrebbe risultare il cruciale portale attraverso cui passare per approdare a una nuova teoria fisica che includa relatività generale e meccanica quantistica. In essa la gravità potrà essere quantizzata e unificata con le altre interazioni fondamentali e, forse, una nuova simmetria o un nuovo spaziotempo stabilizzeranno il valore della massa del bosone di Higgs al valore osservato, cruciale sia per la nostra esistenza che per quella del nostro universo.

Biografia

Antonio Masiero è professore dell'Università di Padova e vicepresidente dell'Infn dal 2011. Precedentemente è stato direttore della sezione di Padova dell'Infn. La sua attività verte sulla ricerca di nuova fisica al di là del modello standard con particolare attenzione alle connessioni tra fisica delle particelle e cosmologia.