# **Precisamente anomalo**

## La misura del momento magnetico del muone

di Luca Trentadue

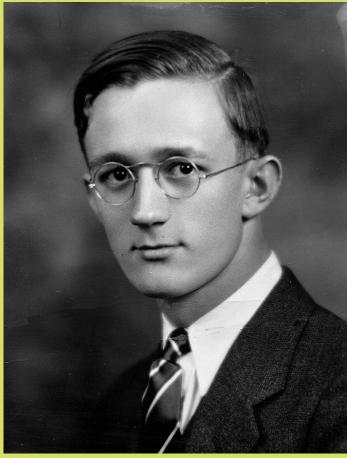
Nobel per le sue ricerche sul momento magnetico dell'elettrone.

Non accade di frequente che si passino più di novanta anni a misurare e calcolare con precisione, si potrebbe dire

Non accade di frequente che si passino più di novanta anni a misurare e calcolare con precisione, si potrebbe dire maniacale, un numero e che, dopo averlo misurato e calcolato fino alla undicesima cifra decimale, non ci si accontenti e si voglia proseguire ancora. Ma il caso che considereremo è un po' speciale, e ha richiesto e continua a richiedere un trattamento altrettanto speciale.

Il "momento magnetico del muone", come anche quello analogo dell'elettrone, è un numero, un semplice numero, ma un numero molto importante tra quelli che rappresentano l'insieme delle quantità misurabili che si possono predire nel modello standard. L'"anomalia" dei suoi valori lo rende una grandezza particolarmente ricca di implicazioni per la fisica delle interazioni tra particelle elementari.

La storia ha avuto inizio nei primi anni '20 del secolo scorso, quando nel pieno sviluppo delle nuove ipotesi quantistiche si vollero stabilire rinnovate relazioni tra le grandezze fisiche. I leptoni, oltre a una carica elettrica, una massa e uno spin, hanno anche un momento di dipolo elettrico e un momento di dipolo magnetico. Secondo l'elettromagnetismo classico, una particella carica, come l'elettrone e il muone, che ruota su se stessa, dovrebbe avere un momento magnetico proporzionale al suo spin. La costante di proporzionalità si chiama "magnetone di Bohr". Nel 1928, con la sua equazione relativistica dell'elettrone, Paul Dirac predisse che il momento di dipolo magnetico dell'elettrone avrebbe avuto un valore doppio rispetto alla predizione classica. Questa "anomalia" quantistica viene riassunta dal cosiddetto "fattore g", che misura il momento di dipolo in unità di magnetone di Bohr, e vale 1 secondo la meccanica classica e 2 secondo la teoria di Dirac. Il valore 2 fu confermato da esperimenti fatti negli anni immediatamente successivi, anche se con una precisione limitata. Dovettero passare circa una ventina di anni, quando, alla fine degli anni '40, il fisico tedesco naturalizzato statunitense Polykarp Kusch e l'americano Henry Foley, dopo una serie di delicate misure, osservarono che il valore del momento magnetico dell'elettrone differiva da 2 per la piccola ma molto importante quantità dello 0,12 %. Questa scoperta valse a Kusch il premio Nobel nel 1955. Quindi, il fattore g risultava essere doppiamente anomalo: non solo differiva dal valore classico (g=1), ma anche da quello predetto dalla teoria di Dirac (g=2). Per rendere più chiara questa differenza venne definita una nuova quantità: a=(g-2)/2, chiamata anche semplicemente "g-2", che corrisponde alla differenza relativa dal valore g=2. Una quantità analoga si può definire naturalmente anche per il muone.



Polykarp Kusch ottenne il premio

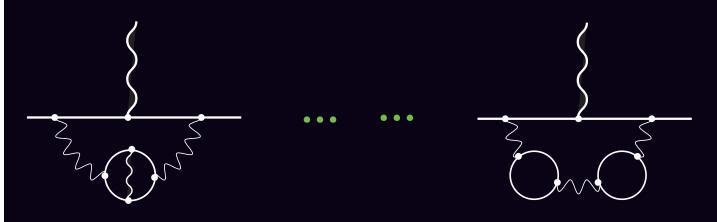
Dal punto di vista della teoria, contemporaneamente, le cose andavano avanti. Nella seconda metà degli anni '40, essenzialmente per i contributi di Sin-Itiro Tomonaga, Julian Schwinger, Richard Feynman e Freeman Dyson, furono poste le basi per una teoria quantistica relativistica delle interazioni elettromagnetiche: l'elettrodinamica quantistica (o Qed), per la quale i primi tre ricevettero il premio Nobel. Il primo calcolo della quantità a per l'elettrone in Qed fu ottenuto da Julian Schwinger nel 1948 (vd. il secondo diagramma in fig. 1 nell'approfondimento a p. 34) e dette il valore  $a = \alpha/2\pi = 0,00116$ . Qui  $\alpha$  rappresenta la "costante di struttura fine", la costante di accoppiamento dell'elettrodinamica (vd. in Asimmetrie n. 17 p. 19, ndr).

### [as] approfondimento

### 13.000 modi di essere anomalo

g = 2 Iivello albero ordine α

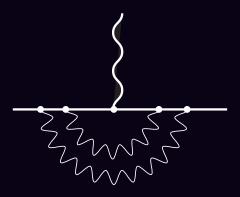
ordine  $\alpha^3$ 



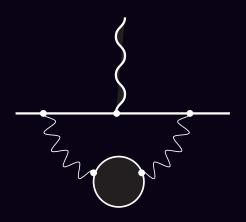
Particelle cariche, come ad esempio gli elettroni, emettono fotoni quando vengono accelerate. Come conseguenza si ha che, oltre ai protagonisti iniziali, in un certo processo di interazione partecipino anche una serie di "comprimari", essenzialmente fotoni ma anche elettroni, sia reali, cioè emessi dalle particelle cariche e lasciati liberi di propagarsi, che "virtuali", cioè emessi da particelle cariche e poi riassorbiti in un tempo successivo. In breve il numero di particelle, fotoni o elettroni che siano, non è costante ma può variare. Di fatto il numero dei fotoni emessi, potendo avere ciascuno energia arbitrariamente piccola, può essere addirittura non definibile.

Un modo di rappresentare le numerose e diverse possibilità di combinazione di comprimari in un dato processo fu proposto nel 1949 da Feynman e le figure che le rappresentano da allora sono chiamate appunto "diagrammi di Feynman". Questi diagrammi non solo servono a rappresentare come può avvenire una certa reazione tra elettroni, ma ciascuno di questi diagrammi, come per esempio quelli in fig. 1, permette, secondo quanto stabilito da regole molto dettagliate e precise, di calcolare la probabilità che un certo processo avvenga. È possibile, secondo le regole della maggiore complessità e della gerarchia dei diagrammi definire con quale accuratezza il processo

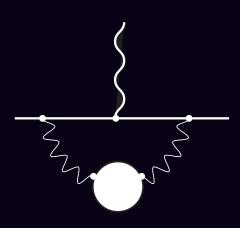
ordine  $\alpha^2$ 







contributo adronico



I contributi a ordini crescenti in loop al momento magnetico di elettrone o muone sono rappresentati dai diagrammi di Feynman in figura. Il primo diagramma rappresenta il contributo a "livello albero" (zero loop) che dà il valore corrispondente all'equazione di Dirac g=2. Il secondo rappresenta il contributo a un loop, calcolato da Schwinger nel 1948 che dà un contributo ad a proporzionale ad  $\alpha$ , precisamente pari a  $\alpha/(2\pi)$ . Sono poi rappresentati solo alcuni dei molti diagrammi a due e tre loop che danno rispettivamente contributi proporzionali a  $\alpha^2$  e  $\alpha^3.$  L'ultimo diagramma rappresenta il contributo di polarizzazione del vuoto dove la "bolla" piena rappresenta il contributo di tutti i possibili adroni. Le gambe esterne, uguali per tutti i diagrammi, rappresentano l'elettrone o il muone (linee continue) e il fotone (linea ondulata).

è descritto, cioè con quale ordine di approssimazione ne stiamo calcolando la probabilità. I diagrammi possono essere ordinati per linee uscenti e per aree chiuse (o "loop") in gruppi di un determinato ordine che contribuiscono, con la stessa accuratezza, al calcolo della probabilità di un certo processo. Poiché ad ogni punto di contatto tra un fotone e un elettrone, cioè ad ogni vertice, viene attribuita una costante, che è l'unità di carica elettrica e che in Qed è un numero minore di uno, il contributo complessivo del diagramma, proporzionale al numero dei vertici, diminuisce all'aumentare degli stessi. Sommando contributi sempre più piccoli al processo principale si mette insieme

una serie di probabilità con valori decrescenti, dando quindi una determinazione via via più accurata. Il prezzo da pagare è quello di avere, per ogni ordine e all'aumentare dell'ordine di linee uscenti e di aree chiuse, un numero crescente di diagrammi e quindi di contributi da calcolare. A due *loop*, i diagrammi possibili sono 7, a tre *loop* sono 72, a quattro *loop* 891 e a cinque *loop* oltre 12.000. Calcolare con grande accuratezza il momento magnetico significa quindi calcolare diagrammi con trama più ricca e con linee sempre più fitte di comprimari, che congiungono in tutti i modi possibili le particelle protagoniste.

Se confrontato con il valore sperimentale ottenuto da Kusch e Foley, il calcolo di Schwinger dava conto quasi interamente dell'anomalia e quindi rappresentava uno straordinario successo della Qed. La ragione dell'anomalia era quindi nelle "correzioni radiative", cioè nelle correzioni dovute ai processi virtuali che accompagnavano l'interazione principale, dovute alle particelle virtuali emesse e riassorbite dai protagonisti del processo (vd. approfondimento). Se infatti si ignorano le correzioni radiative, la quantità a si annulla e non sussiste dunque nessuna anomalia. La Oed veniva così confermata come l'approccio teorico che poteva descrivere con estrema accuratezza i processi quantistici, essere messa a confronto diretto con gli esperimenti e quindi descrivere le interazioni fondamentali fra particelle elementari. Da allora, il modello standard ha permesso di calcolare i momenti magnetici di elettrone e muone includendo in modo

coerente e sistematico i valori che se ne ottengono in termini di tutte e tre le interazioni fondamentali.

Oltre che per testare il modello standard a precisioni sempre più crescenti, i momenti magnetici sono anche delle formidabili "finestre" verso una possibile nuova fisica. Infatti, il loro valore numerico verrebbe modificato nel caso in cui ci fossero nuove interazioni o nuove particelle a energie più elevate di quelle raggiunte dagli acceleratori attuali. Questa sensibilità è proporzionale alla massa del leptone, ed è quindi maggiore per il momento di dipolo del muone, dato che questo ha una massa circa duecento volte quella dell'elettrone.

La prima misura del momento magnetico del muone fu fatta alla Columbia University di New York

nel 1960 e dava un valore del tutto compatibile con il valore ottenuto per l'elettrone ma non abbastanza preciso da metterne in evidenza la differenza. È nei primi anni '60 che, al ciclotrone del Cern, fu fatta la prima misura di precisione da un gruppo di fisici tra cui l'italiano Antonino Zichichi. Anche questo risultato, ottenuto con una precisione dello 0,4%, non si discostava dal valore ottenuto per l'elettrone.

Ancora al Cern, tra la seconda metà degli anni '60 e i primi anni '70, furono costruiti degli anelli di accumulazione di muoni e un gruppo di fisici, tra cui l'italiano Emilio Picasso, ottenne nuove misure del momento magnetico con precisioni crescenti e con valori in eccellente accordo con il valore teorico del tempo.

La sfida per la teoria fu invece quella di ottenere risultati ancora più accurati. Dopo il pionieristico conto effettuato da Schwinger, i principali sviluppi furono quelli di Robert Karplus e Norman Kroll con il calcolo a due loop, il calcolo a tre loop iniziato da Toichiro Kinoshita, proseguito da Benny Lautrup ed Eduardo De Rafael e poi da Riccardo Barbieri, Juan Alberto Mignaco ed Ettore Remiddi. Questo fu completato da Stefano Laporta e Remiddi con un risultato analitico esatto nel 1996, quasi trent'anni dopo. Nei primi anni '80 Kinoshita e collaboratori iniziarono il calcolo dei contributi a quattro loop, obiettivo non ancora raggiunto. Riguardo al calcolo delle correzioni radiative esiste tuttavia un ostacolo che il semplice conto non può superare ed è quello del calcolo del cosiddetto "contributo adronico" al momento magnetico del muone. A causa del comportamento della cromodinamica quantistica (Ocd, vd. in Asimmetrie 16 p. 18, ndr) a basse energie, questo contributo non può essere calcolato con le tecniche diagrammatiche viste in precedenza (vd. approfondimento).



b.

Il primo esperimento "g-2" nel sincrociclotrone del Cern negli anni '60, in cui erano all'opera Farley (a sinistra) e Zichichi (a destra).



c.
Un dettaglio dell'esperimento
Kloe nei Laboratori Nazionali di
Frascati dell'Infn, che ha misurato
il contributo adronico al momento
magnetico del muone.

Fortunatamente però, grazie a un'osservazione fatta già nel 1960 dai fisici italiani Nicola Cabibbo e Raoul Gatto, esso può essere ricavato indirettamente dalla misura sperimentale del processo di annichilazione di una coppia leptone antileptone in adroni.

A partire dagli anni '80 una serie di misure sempre più accurate per determinare il contributo adronico sono state ottenute in vari esperimenti a Novosibirsk (in Siberia, con l'acceleratore Vepp-2m e Cmd), a Pechino (con Bes-II), allo Slac a Palo Alto in California (con Babar) e nei Laboratori dell'Infn di Frascati (nell'acceleratore Dafne con il rivelatore Kloe), con risultati confrontabili in accuratezza tra di loro. All'inizio degli anni 2000, misurando il momento magnetico anomalo del muone con l'esperimento E821 del Brookhaven National Laboratory di Upton, nello Stato di New York, si è trovato un valore che si discosta decisamente da quello teorico, con una probabilità che questo accada a causa di una fluttuazione statistica di meno dell'1%.

Recentemente, per capire se questa discrepanza è dovuta al contributo adronico, è stato proposto un nuovo metodo per misurarlo attraverso processi di *scattering* tra muoni ed elettroni, anziché nel processo di annichilazione di due elettroni in adroni. Questo approccio innovativo potrebbe permettere di ridurre l'errore sul contributo adronico e migliorare quindi il confronto tra teoria e dati sperimentali o mettere in evidenza la presenza di nuova fisica.

Al Fermilab di Chicago (Usa) è in fase di costruzione un nuovo esperimento (Muon g-2), a cui partecipa anche l'Infn, e un altro è previsto entrare in funzione presso J-Parc in Giappone. Questi esperimenti sono progettati per misurare l'anomalia del muone con una precisione di 140 parti per miliardo, quasi un fattore 4 di miglioramento rispetto a E821 (vd. in Asimmetrie n. 19 p. 22, ndr).

È quindi di prima importanza migliorare l'accuratezza con cui si determinerà il contributo adronico.

Nei prossimi anni la soluzione della questione aperta della discrepanza tra risultati sperimentali e calcolo teorico del momento magnetico anomalo del muone potrebbe portare a nuovi indizi sulla natura di una nuova fisica al di là del modello standard, in attesa di conferme dirette ottenute dai risultati a più elevate energie e maggiore luminosità degli esperimenti di Lhc.

#### Biografia

**Luca Trentadue** è docente di fisica teorica all'Università di Parma. Svolge attività di ricerca presso il Cern di Ginevra. Si occupa di divulgazione scientifica con seminari e lezioni. Ha realizzato e coordina la mostra interattiva permanente dell'Università di Parma "Microcosmo con vista" (http://www.fis.unipr.it/microcosmo/home.html).

#### Link sul web

http://www.treccani.it/enciclopedia/elettrodinamica-quantistica-verifiche-sperimentali\_%28Enciclopedia-della-Scienza-e-della-Tecnica%29/

https://en.wikipedia.org/wiki/Anomalous\_magnetic\_dipole\_moment http://www.g-2.bnl.gov/publications/ff/EPNd.htm

DOI: 10.23801/asimmetrie.2017.23.6